Николай Вавилов
ГРУППЫ КАЦА—МУДИ

Алгебры Каца—Муди возникли в середине 1960-х годов как естественное обобщение конечномерных полупростых алгебр Ли и с тех пор нашли многочисленные эффектные приложения как в самой математике, так и в математической физике. **В первой половине спецкурса** предполагается дать краткое введение в теорию алгебр Каца—Муди и их представлений.

Однако понять, как устроены соответствующие им группы, оказалось совсем не так просто. Над полями довольно легко имитировать обычные конструкции групп Ли/групп Шевалле, первые такие конструкции и были в различных ситуациях реализованы еще в 1980-е годы Кацем и Петерсоном, Титсом, и Матье. Проблема, однако, состоит в том, что в бесконечномерной ситуации все эти конструкции вообще говоря дают различные результаты и многие из них не обобщаются на случай колец.

- Кроме конечномерного случая (группы Шевалле), единственный другой случай, который был детально понят уже 1990-е годы, это тесно связанный с ним аффинный случай. Аффинные группы Каца—Муди тесно связаны с обычными (конечномерными) группами Шевалле над кольцами лорановских многочленов и их строение также хорошо известно из работ Абе, Морита, Картера, Чена и других. В частности, будучи группами Шевалле над кольцами, они не могут быть простыми как абстрактные группы.
- Однако про строение групп Каца—-Муди в неопределенном случае до совсем недавнего времени было известно чрезвычайно мало. Лишь в 2000-е годы Кумар, Карбоне, Гарланд, Реми, Ронан, Капрас, Руссо, Капдебоск, и другие предложили дальнейшие конструкции групп Каца—-Муди и, в различных специальных ситуациях, доказали замечательные структурные результаты, которые привели, среди прочего, к построению огромных семейств огромных бесконечных абстрактно простых групп.

Именно изложению двух этих теорий и будет посвящена **вторая половина спецкурс**а. В последних лекциях я постараюсь поместить эти результаты в более широкий контекст инд-алгебраических и про-алгебраических групп, обрисовав ситуацию для других близких примеров (таких как группы Кремона).

Всюду где возможно, изложение будет вестись над произвольным коммутативным кольцом. Хотя, конечно, исчерпывающие структурные результаты сегодня известны только над полями или даже над какими-то специальными классами полей (конечными, локально компактными и т.д.) В действительности, целью спецкурса как раз и является подвести слушателей к сегодняшнему состоянию предмета и открытым структурным вопросам, с тем, чтобы они могли сразу приступить к самостоятельной исследовательской работе.

В принципе, никаких серьезных пререквизитов не предполагается, так что спецкурс должен быть доступен студентам всех курсов, начиная со 2-го. Конечно, некоторое предварительное знакомство с основами теории конечномерных полупростых алгебр Ли и их представлений и/или рудиментами теории полупростых алгебраических групп will be an asset. Однако, технически все необходимые определения будут напоминаться, так что наоборот, для начинающих спецкурс даст возможность ознакомиться, сразу в чуть более общем бесконечномерном контексте, с системами корней, корневыми данными, билдингами, BN-парами, интегрируемыми представлениями, действиями на геометрических объектах, основными структурными теоремами, функторами K_1 и K_2 и т.д.

Спецкурс будет проходить по средам в лаборатории Чебышева (14-я линия В.О., дом 29Б). Первая лекция состоится в 22 февраля 2017 в 19.00.